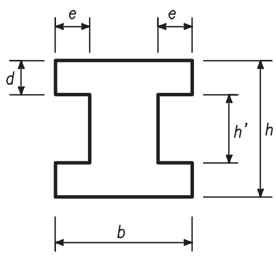
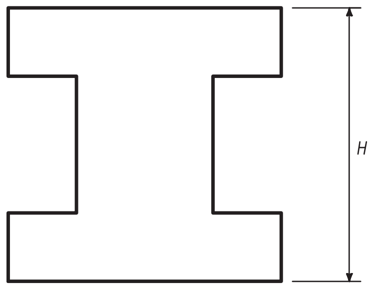
Esame 2001

Si fa l'ipotesi che, durante un adeguato periodo di prova di un'autovettura, vengano segnalate rotture del fusto delle bielle veloci in prossimità del piede.
Dopo un'analisi approfondita del fenomeno emerge che non era stato valutato opportunamente il tipo di sollecitazione gravante nella sezione di rottura, pertanto occorrerà rifare un nuovo calcolo di dimensionamento.
Si dispone dei seguenti dati:



Sezione al piede di biella (1)



Sezione al bottone di manovella

$b = h$ $h' = 0{,}5\ h$ $d = 0{,}25\ h$ $e = 0{,}25\ h$	$C = 80$ mm $D = 80$ mm $n = 5\,500$ giri/min $\ell = 160$ mm	$p_{max} = 2{,}85$ MPa $R = 920$ N/mm^2 $h = 10$ mm $H = 20$ mm

Il candidato indichi le principali sollecitazioni in una biella veloce e successivamente, adottando un coefficiente di sicurezza per bielle veloci $n = 8$:

- *esegua le opportune verifiche sullo stato di fatto;*
- *determini le nuove dimensioni del fusto di biella;*
- *esegua uno schizzo quotato, con un raffronto delle condizioni geometriche iniziali con quelle ricalcolate nelle sezioni prossime al piede di biella e al bottone di manovella.*

Soluzione

a - Principali sollecitazioni sulla biella

Una biella veloce è sollecitata a compressione e a carico di punta dalla componente, diretta lungo il suo asse, della forza agente sul pistone e a flessione dalle forze d'inerzia che agiscono normalmente al suo asse. Queste sollecitazioni hanno i caratteri della fatica, per cui la tensione ammissibile da adottare per il suo dimensionamento si determina sul diagramma di Smith oppure, in calcoli di massima, adottando un grado di sicurezza elevato rispetto alla tensione di rottura ($n_R = 5 \div 10$).

Si devono pertanto eseguire due verifiche:

- una al carico di punta in posizione di P.M.S;
- una alla presso-flessione (colpo di frusta) in posizione di quadratura.

La verifica al carico di punta si effettua nella sezione prossima al piede di biella, assumendo come forza agente, a vantaggio di sicurezza, la forza $F_{max} = p_{max} \cdot A_c$, data dal prodotto della massima pressione effettiva per l'area della sezione del cilindro.
La verifica al colpo di frusta si esegue nella sezione distante $\approx 0{,}6\ \ell$ dal piede di biella, soggetta ad una

sollecitazione di fatica alterna asimmetrica con $\sigma_{max} = -(\sigma_m + \sigma_n)$ e $\sigma_{min} = \sigma_m$.
La σ_m è prodotta dalla sollecitazione di flessione a cui la biella è sottoposta dalle forze di inerzia che agiscono normalmente al suo asse, distribuite con legge triangolare. La tensione di compressione σ_n è prodotta dalla forza F_q agente lungo la biella quando biella e manovella sono in quadratura.

b - Verifica della biella esistente

Le dimensioni della sezione al piede di biella (Sez. 1) sono date in funzione dell'altezza h, che è la dimensione trasversale fondamentale. Le caratteristiche geometriche che interessano ai fini del calcolo si ricavano facilmente dalle relazioni:

$$A = h \cdot b - 2e \cdot h' = h^2 - 0{,}25 \cdot h^2 = 0{,}75\, h^2$$

$$I_{min} = I_y = \frac{1}{12}\left[\left(h - h'\right)b^3 + h'\left(b - 2e\right)^3\right] = $$

$$= 0{,}0469\, h^4$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = 0{,}25\ h$$

$$\lambda = \frac{\ell_c}{i_{min}} = 4 \cdot \frac{\ell_c}{h}$$

Essendo, nel caso in esame, $h = 10$ mm e $\ell_c = \ell = 160$ mm, si ottiene:

$$A = 0{,}75 \cdot 10^2 = 75\ \text{mm}^2$$

$$I_{min} = 0{,}0469 \cdot 10^4 = 469\ \text{mm}^4$$

$$i_{min} = 0{,}25 \cdot 10 = 2{,}5\ \text{mm}$$

$$\lambda = 4 \cdot \frac{160}{10} = 64$$

Con $R = 920$ N/mm^2 e $n_R = 8$, la tensione ammissibile è:

$$\sigma_{adm} = \frac{920}{8} = 115\ \text{N/mm}^2$$

La verifica della Sezione 1 al carico di punta si effettua col metodo di Rankine. Il massimo carico sopportabile con sicurezza si ricava dalla relazione:

$$N_p = \frac{\sigma_{adm}}{1 + \alpha\lambda^2} \cdot A = \sigma_{amp} \cdot A$$

nella quale il valore di α è dato da:

$$\alpha = \frac{\nu \cdot \sigma_{adm}}{\pi^2 \cdot E}$$

Assunto $\nu = 2$ si ha:

$$\alpha = \frac{2 \cdot 115}{\pi^2 \cdot 205\,000} = 0{,}0001136$$

$$\sigma_{amp} = \frac{115}{1 + 0{,}0001136 \cdot 64^2} = 78\ \text{N/mm}^2$$

Massimo carico sopportabile con sicurezza:

$$N_p = 78 \cdot 75 = 5\,850\ \text{N}$$

La forza agente:

$$F_{max} = p_{max} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 2{,}85 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}08^2}{4} =$$

$$= 14\,326\ \text{N} > N_p$$

è certamente superiore al carico critico:

$$N_{cr} = \nu \cdot N_p$$

Poiché il *carico critico si deve considerare come carico di rottura di una struttura sollecitata a carico di punta* (da non confondere col carico di rottura del suo materiale), la verifica effettuata ci dice che le rotture segnalate nella Sezione 1 sono da attribuire ad un insufficiente dimensionamento al carico di punta.

c - Dimensionamento di una nuova biella

Dimensionamento della Sezione 1

Partendo da un primo dimensionamento a compressione semplice si ottiene:

$$A = \frac{F_{max}}{\sigma_{adm}} = \frac{14\,326}{115} \approx 125\ \text{mm}^2$$

ed essendo $A = 0{,}75 \cdot h^2$, si ricava:

$$h = \sqrt{\frac{A}{0{,}75}} = 13\ \text{mm}$$

Dalle relazioni che danno i_{min} e λ in funzione di h, si ha:

$$i_{min} = 0{,}25 \cdot h = 0{,}25 \cdot 13 = 3{,}25\ \text{mm}$$

$$\lambda = 4 \cdot \frac{\ell_c}{h} = 4 \cdot \frac{160}{13} = 49$$

Verifica al carico di punta

$$\alpha = 0{,}0001136$$

$$\sigma_{amp} = \frac{115}{1 + 0{,}0001136 \cdot 49^2} = \frac{115}{1{,}27} = 90 \text{ N/mm}^2$$

$$N_p = \sigma_{amp} \cdot A = 11\,250 \text{ N} < F_{max}$$

Si prova con un valore $h = 14$ mm. Risulta:

$$A_1 = 0{,}75 \cdot h^2 = 0{,}75 \cdot 14^2 = 147 \text{ mm}^2$$

$$i_{\min} = 0{,}25 \cdot h = 0{,}25 \cdot 14 = 3{,}5 \text{ mm}$$

$$\lambda = 4 \cdot \frac{\ell_c}{h} = 4 \cdot \frac{160}{14} = 45$$

$$\sigma_{amp} = \frac{115}{1 + 0{,}0001136 \cdot 45^2} = 96 \text{ N/mm}^2$$

$$N_p = \sigma_{amp} \cdot A = 96 \cdot 147 = 14\,112 \text{ N} \approx F_{\max}$$

La Sezione 1 ha quindi le seguenti dimensioni:

$h = 14$ mm
$b = h = 14$ mm
$h' = 0{,}5\, h = 7$ mm
$d = 0{,}25\, h = 3{,}5$ mm
$e = 0{,}25\, h = 3{,}5$ mm

La Sezione al bottone di manovella assume in conseguenza le seguenti dimensioni:

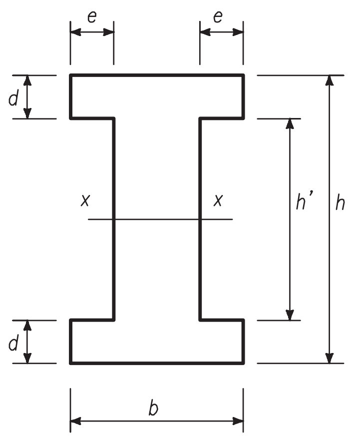
$H = 2\, h = 28$ mm
$b = 14$ mm
$h' = 21$ mm
$d = 3{,}5$ mm
$e = 3{,}5$ mm

Si può tracciare uno schizzo quotato, tenendo conto dei diametri dello spinotto e del perno di manovella ricavati in base alle indicazioni del *Manuale di meccanica*.

Verifica al colpo di frusta della Sezione 2

Dallo schizzo si rilevano le seguenti dimensioni della Sezione 2:

$h = 25$ mm
$b = 14$ mm
$h' = 18$ mm
$d = 3{,}5$ mm
$e = 3{,}5$ mm



Il modulo di resistenza a flessione W_x vale:

$$W_x = \frac{b h^3 - 2e \cdot h'^3}{6h} = \frac{14 \cdot 25^3 - 7 \cdot 18^3}{6 \cdot 25} =$$
$$= 1\,186 \text{ mm}^3$$

e l'area è:
$$A_2 = b \cdot h - 2e \cdot h' = 14 \cdot 25 - 7 \cdot 18 = 224 \text{ mm}^2$$

Caratteristiche di sollecitazione

Il momento flettente massimo è dato da:

$$M_{f\max} = 0{,}064 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \ell \text{ Nm}$$

L'area della sezione al bottone di manovella vale:

$$A_b = 14 \cdot 28 - 7 \cdot 21 = 245 \text{ mm}^2$$

L'area media del fusto risulta perciò:

$$A_{mf} = \frac{A_1 + A_b}{2} = \frac{147 + 245}{2} = 196 \text{ mm}^2$$

quindi la massa del fusto è:

$$m_f = A_{mf} \cdot \rho \cdot \ell = 196 \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-6} \cdot 160 = 0{,}246 \text{ mm}^2$$

essendo $\rho = 785 \cdot 10^{-3}$ la massa volumica dell'acciaio.
La massa totale della biella si può stimare pari ai $\frac{3}{2}$ della massa del fusto m_f:

$$m = \frac{3}{2} \cdot m_f = 1{,}5 \cdot 0{,}246 = 0{,}370 \text{ kg}$$

Le altre grandezze che compaiono nella formula del momento hanno i seguenti valori:

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{\pi \cdot 5\,500}{30} = 576 \text{ rad/s}$$

$$r = \frac{C}{2} = 40 \text{ mm} = 0{,}04 \text{ m}$$

$$\ell = 160 \text{ mm} = 0{,}160 \text{ m}$$

Risulta pertanto:

$$M_{f\max} = 0{,}064 \cdot 0{,}370 \cdot 576^2 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}160 = 50{,}28 \text{ Nm} =$$
$$= 50\,280 \text{ Nmm}$$

La forza agente lungo l'asse della biella in posizione di quadratura è data da:

$$F_q = p \cdot A_c \, \frac{\sqrt{\ell^2 + r^2}}{\ell}$$

Per la pressione p che vi compare si può assumere il valore:

$$p \approx \frac{p_{\max}}{3} = 0{,}95 \text{ MPa}$$

I valori delle altre grandezze sono:

$$A_c = \frac{\pi \cdot D_c^2}{4} = \frac{\pi \cdot 80^2}{4} = 5\,026 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\sqrt{\ell^2 + r^2}}{\ell} = \frac{\sqrt{160^2 + 40^2}}{160} = 1{,}031$$

Risulta pertanto:

$$F_q = 0{,}95 \cdot 5\,026 \cdot 1{,}031 = 4\,923 \text{ N}$$

Le tensioni indotte valgono:

$$\sigma_m = \frac{m_{f\max}}{W_x} = \frac{50\,280}{1\,186} = 42 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_n = \frac{F_q}{A_2} = \frac{4\,923}{224} = 22 \text{ N/mm}^2$$

per cui si ha:

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_n = 64 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm} = 115 \text{ N/mm}^2$$

La nuova biella calcolata resiste bene anche in quadratura.
Per maggior chiarezza, schizzo e disegno definitivo della biella si sono eseguiti contestualmente.